

МЕТОД ОБЩЕГО ПАРАМЕТРА В ЗАДАЧЕ СИНТЕЗА УПРАВЛЕНИЯ ОБЪЕКТАМИ, ФУНКЦИОНИРУЮЩИМИ В НЕЧЕТКОЙ СРЕДЕ

Н. Р. Юничева

Институт проблем информатики и управления Министерства образования и науки
Республики Казахстан, 050010, Алма-Ата, Казахстан

УДК 519.712.1

Предложена процедура решения задачи параметрического синтеза управления, с помощью которой обеспечиваются необходимые динамические свойства в замкнутой системе управления. Процедура основана на использовании аппарата теории матричного и интервального анализа, а также метода общего параметра, созданного ранее для решения задачи идентификации параметров объекта. Сформулирована и доказана теорема, позволяющая решить поставленную задачу. На основе метода общего параметра разработан пошаговый вычислительный алгоритм решения задачи параметрического синтеза, позволяющий избежать вычислительных трудностей.

Ключевые слова: системы автоматического управления сложными объектами, нечеткая среда, метод общего параметра, задачи параметрического синтеза управления, методы локализации, нечеткие и интервальные методы.

The application of computer facilities and creation of automatic control systems of a various direction is necessary and urgent for development of every possible spheres of human activity at the present stage. In this connection the steady interest of the modern scientists to a problem of control of discrete objects functioning in conditions of parametrical uncertainty is shown. Almost in all cases the parametrical uncertainty is characterized by an inhering of real values of parameters of technical object to some intervals, which boundaries are a priori known. Their mathematical models can be presented by systems interval differential or difference equations with use of rules and designations of the interval analysis. Such object can be considered as family of objects, which is determined by an accessory of parameters of this object with the given interval. It means, that there is a task of management not by unique object, and whole family of objects. The device of the interval analysis is applied to the decision of tasks of the analysis of dynamic properties and synthesis of control of a similar class of objects. In considered operation on the basis of common parameter method with multiplicate parametrical adjustment and device of the interval analysis the task of parametrical synthesis of control of the discrete interval-given object is solved.

Key words: The analysis and synthesis of automatic control systems, common parameter method for the parametrical synthesis task, methods of localization, fuzzy and interval methods.

Введение. Системы управления современными техническими объектами нередко характеризуются очень большим числом параметров и взаимосвязей, что не позволяет получить решение такой задачи аналитически или упростить ее для проведения экспериментов.

Также неоднократно отмечалось, что большая часть систем автоматического управления функционирует в условиях параметрической неопределенности. Однако многообразие указанных неопределенностей не позволяет создать единую теорию анализа и синтеза таких систем. О данных таких систем известно лишь то, что они принадлежат замкнутым конечным интервалам вещественной оси. Фактически рассматривается задача управления спектром траекторий в фазовом пространстве, когда весь спектр должен обладать требуемыми динамическими свойствами. Оказывается, многие сложные управляемые объекты

с интервальными неопределенностями можно достаточно точно описать указанным выше способом.

Разработка концепций и принципов построения систем управления сложными динамическими объектами, функционирующими в условиях неопределенности, актуальна на современном этапе развития теории автоматического управления.

С учетом особенностей работы алгоритмов реального времени в условиях неопределенности при изучении рассматриваемого класса систем наиболее актуальными и перспективными являются нечеткие методы [1, 2]. Представление ряда ограничений на параметры в виде нечетких или интервальных ограничений позволяет получать устойчивое решение в условиях погрешности информации и нечеткости производственных ограничений, т.е. в виде функций принадлежности.

Постановка задачи в нечеткой форме также значительно снижает возможность получения несовместимых решений при расчете систем. Появляется возможность формализации неточных знаний о предметной области, внесения в модель сведений о неполноте информации. Для выполнения операций с носителями нечетких множеств можно использовать алгебраические операции интервального анализа [3].

В настоящей работе с использованием метода общего параметра [4], созданного для решения задач идентификации, и аппарата нечетких методов (в том числе интервальных) решается задача параметрического синтеза управления дискретными объектами, функционирующими в нечетких условиях.

1. Постановка задачи. Рассмотрим семейство дискретных одномерных объектов управления, математическая модель которых в пространстве состояний представляется в виде системы интервальных разностных уравнений

$$X_{n+1} = \mathbf{A}X_n + \mathbf{B}U_n,$$

где $n = 0, 1, 2, \dots$ — дискретное время; $X_n \in R^m$ — вектор состояний; $U_n \in R^1$ — скалярное управление; $\mathbf{A} \in M_{m,m}(I(R))$ — вещественная интервальная матрица объекта управления размерности $m \times m$, удовлетворяющая соотношению $\mathbf{A} = \{[a_{ij}], i, j = \overline{1, n}\}$; $[a_{ij}] = [\underline{a_{ij}}; \overline{a_{ij}}]$, $i, j = \overline{1, m}$; $\mathbf{B} \in M_{m,1}(I(R))$ — вещественный интервальный вектор объекта управления размерности $m \times 1$, удовлетворяющий соотношению $\mathbf{B} = \{[b_j], j = \overline{1, m}\}$; $b_j = [\underline{b_j}; \overline{b_j}]$, $j = \overline{1, m}$; $M_{m,m}(I(R))$, $M_{m,1}(I(R))$ — соответственно множества матриц и векторов, элементами которых являются вещественные интервалы $[\underline{a}, \overline{a}] \triangleq \{a \in R \wedge \underline{a} \leq a \leq \overline{a}\}$; $I(R)$ — множества всех вещественных интервалов; $\underline{a_{ij}}, \underline{b_j}, \overline{a_{ij}}, \overline{b_j}$ — нижние и верхние граничные значения элементов матрицы $\mathbf{A}$ и вектора $\mathbf{B}$.

Решением задачи параметрического синтеза является определение интервального вектора $\mathbf{K} \in M_{m,1}(I(R))$ в уравнении обратных связей вида

$$U_n = \mathbf{K}^T X_n,$$

обеспечивающего необходимые динамические свойства в интервальной замкнутой системе управления вида

$$X_{n+1} = \mathbf{D}X_n,$$

где $\mathbf{D} \in M_{m,m}(I(R))$ — интервальная матрица замкнутой системы управления: $\mathbf{D} = d_{ij} \{i, j = \overline{1, m}\}$; $[d_{ij}] = [\underline{d_{ij}}; \overline{d_{ij}}]$, $i, j = \overline{1, m}$. При этом желаемый интервальный характеристический полином определяется следующим образом:

$$\mathbf{d}(\lambda) = \det(\lambda E - \mathbf{D}) = \lambda^n + d_1 \lambda^{n-1} + d_2 \lambda^{n-2} + \dots + d_n. \quad (1)$$

Здесь $\mathbf{d}_{ij} = [\underline{\mathbf{d}}_{ij}; \overline{\mathbf{d}}_{ij}]$, $i, j = \overline{1, n}$ — интервальные коэффициенты характеристического полинома замкнутой системы управления.

Как известно, для точечной матрицы $\forall A \in \mathbf{A}$ и точечного вектора $\forall B \in \mathbf{B}$ вещественная передаточная функция объекта управления представляется в виде [5]

$$W_{\forall\forall}(\lambda) = (\lambda I - A)^{-1} B = \frac{\text{adj}(\lambda I - A) B}{\det(\lambda I - A)},$$

где $\text{adj}(\lambda I - A)$ — присоединенная матрица; $\det(\lambda I - A)$ — характеристический полином объекта управления.

Вещественная передаточная функция замкнутой системы управления представляется в следующем виде:

$$W(\lambda) = \frac{\text{adj}(\lambda I - A) B}{\det(\lambda I - A)} \bigg/ \left\{ 1 - \frac{K^T \text{adj}(\lambda I - A) B}{\det(\lambda I - A)} \right\},$$

где K^T — неизвестный вектор настраиваемых параметров регулятора.

Для (1) запишем естественное интервальное расширение [6]

$$\mathbf{W}_{\forall\forall}(\lambda) = \left\{ (\lambda I - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} = \frac{\text{adj}(\lambda I - \mathbf{A}) \mathbf{B}}{\det(\lambda I - \mathbf{A})} \right\},$$

где $\det(\lambda I - \mathbf{A}) = \mathbf{l}(\lambda) = \lambda^n + \mathbf{l}_1 \lambda^{n-1} + \mathbf{l}_2 \lambda^{n-2} + \dots + \mathbf{l}_n$ — интервальный характеристический полином объекта управления.

В соответствии с определением 4 в [6] семейство передаточных функций интервальной замкнутой системы управления записывается в виде

$$\mathbf{W}(\lambda) = \frac{\text{adj}(\lambda I - \mathbf{A}) \mathbf{B}}{\det(\lambda I - \mathbf{A})} \bigg/ \left\{ 1 - \frac{\mathbf{K}^T \text{adj}(\lambda I - \mathbf{A}) \mathbf{B}}{\det(\lambda I - \mathbf{A})} \right\}, \quad (2)$$

где $\mathbf{K}^T \in I(R^n)$ — неизвестный интервальный вектор настраиваемых параметров, подлежащий определению.

Рассмотрим выражение в знаменателе (2)

$$-\mathbf{K}^T \text{adj}(\lambda I - \mathbf{A}) \mathbf{B} + \det(\lambda I - \mathbf{A}),$$

являющееся характеристическим полиномом замкнутой системы управления, в котором присутствует неизвестный интервальный вектор настраиваемых параметров $[\mathbf{K}]$. Приравняв характеристический полином замкнутой системы управления к необходимому характеристическому полиному (1), получаем следующее выражение:

$$-\mathbf{K}^T \text{adj}(\lambda I - \mathbf{A}) \mathbf{B} + \mathbf{l}(\lambda) \subseteq \mathbf{d}(\lambda). \quad (3)$$

Приравнявая в правой и левой частях выражения (3) коэффициенты при одинаковых степенях λ , получаем систему алгебраических интервальных включений

$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{K} + \mathbf{l} \subseteq \mathbf{d}, \quad (4)$$

где $\mathbf{P}$ — интервальная матрица, составленная из элементов матрицы $\mathbf{A}$ и вектора $\mathbf{B}$; $\mathbf{l}$ — интервальный вектор, составленный из коэффициентов при соответствующей степени λ характеристического полинома объекта управления; $\mathbf{d}$ — интервальный вектор, составленный из коэффициентов при соответствующей степени λ необходимого характеристического полинома замкнутой системы управления. Преобразуем выражение (4) к виду

$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{K} \subseteq \mathbf{d} \ominus \mathbf{l} \subseteq \mathbf{H},$$

где $\ominus$ — операция внутренней разности, которая понимается в следующем смысле:

$$\mathbf{d} \ominus \mathbf{l} = [\underline{d}, \bar{d}] \ominus [\underline{l}, \bar{l}] = [\underline{d} - \bar{l}, \bar{d} - \underline{l}].$$

Таким образом, получена система линейных интервальных алгебраических включений

$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{K} \subseteq \mathbf{H}. \quad (5)$$

Как известно, существует четыре определения понятий решения интервальной системы алгебраических интервальных уравнений: объединенное множество решений, допустимое множество решений, управляемое множество решений, алгебраическое множество решений [7]. Однако наличие математических особенностей интервального пространства, являющегося нетривиальной алгебраической системой, приводит к экспоненциальному росту вычислительных трудностей при описании множеств решений интервальной системы линейных алгебраических уравнений. В общем случае задачи распознавания непустоты таких множеств являются NP-полными [8]. Из сказанного выше следует необходимость разработки новых алгоритмов, позволяющих избегать вычислительных трудностей.

В настоящее время существуют эффективные подходы для преодоления перечисленных вычислительных трудностей. К числу таких подходов относится метод общего параметра, развитый для решения задач идентификации.

Разработанные алгоритмы метода общего параметра для оценки области определения параметров объекта управления отличаются от известных тем, что по результатам эксперимента для известных алгоритмов вместо n параметров модели настраивается один общий параметр для всех параметров модели.

2. Решение задачи параметрического синтеза на основе метода общего параметра с мультипликативной параметрической настройкой. Как указано выше, решение поставленной задачи было сведено к разрешимости интервальной системы (5). Построение интервального вектора настраиваемых параметров, обеспечивающего выполнение условия (5), является решением линейной задачи о допусках. Известно, что для решения линейной задачи о допусках существует два подхода: центровой и алгебраический [9]. Суть центрального подхода заключается в определении некоторой точки, принадлежащей допустимому множеству решений. Принимая данную точку в качестве центра, можно построить интервальное решение. Также известно, что определение решения, обеспечивающего данное включение, является трудоемкой задачей.

В данной работе поставленная задача решается с использованием метода общего параметра, в котором, как известно, настройке подлежат не все параметры, а только один общий параметр. Это позволяет значительно сократить вычислительные затраты.

Искомый интервальный вектор настраиваемых параметров $\mathbf{K}$ представим в следующем виде:

$$U(t) = \beta K_0^T X(t). \quad (6)$$

Здесь $\beta = [\underline{\beta}, \overline{\beta}]$ — мультипликативный общий интервальный настраиваемый параметр; $K_0 \subseteq R^n$ — точечный вектор настраиваемых параметров системы алгебраических уравнений вида $\text{mid } \mathbf{P} K_0 = \text{mid } \mathbf{H}$.

Интервальная система алгебраических включений, к определению которой сводится решение задачи параметрического синтеза, представляется следующим образом:

$$\mathbf{P} \beta K_0 \subseteq \mathbf{H}, \quad (7)$$

или в покомпонентной записи:

$$\sum_{j=1}^n \mathbf{p}_{ij} k_{0j} [\underline{\beta}, \overline{\beta}] \subseteq \mathbf{h}_i, \quad i = \overline{1, n}.$$

Решение (7) будем искать в классе допустимого множества решений [6]. Для решения поставленной задачи необходимо определить параметр β , обеспечивающий включение (7).

Теорема. *Интервальный вектор $\mathbf{K} = \beta K_0$ обеспечивает включение вида $\mathbf{P} \beta K_0 = \mathbf{H}$, если вектор K_0 представляет собой решение системы уравнений $\text{mid}[\mathbf{P}] K_0 = \text{mid}[\mathbf{H}]$ и удовлетворяет неравенству $\sum_{j=1}^n \text{rad}(\mathbf{p}_{ij}) \cdot k_{0j} \leq \text{rad } \mathbf{h}_i$, а общий настраиваемый параметр β определяется из выражения*

$$\beta = \min_{1 \leq i \leq n} \left\{ \frac{\text{rad } \mathbf{h}_i - \sum_{j=1}^n \text{rad } \mathbf{p}_{ij} |k_{0j}|}{\sum_{j=1}^n \text{mid}[\mathbf{p}_{ij} |k_{0j}| + \text{rad } \mathbf{p}_{ij} |k_{0j}|]} \right\}.$$

Доказательство. Как известно, любое интервальное число можно представить, используя понятия радиуса и середины интервального числа [10]. Представим таким образом интервальный настраиваемый параметр β , считая $\text{mid } \beta = 1$:

$$\beta = \text{mid } \beta + \text{rad } \beta [-1; 1] = 1 + \text{rad } \beta [-1; 1].$$

Рассмотрим включение $\sum_{j=1}^n \mathbf{p}_{ij} [\underline{\beta}, \overline{\beta}] k_{0j} \subseteq \mathbf{h}_i, i = \overline{1, n}$. Правую часть этого включения представим в соответствии с субдистрибутивным законом:

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^n ((\text{mid } \mathbf{p}_{ij} + \text{rad } \mathbf{p}_{ij} [-1; 1])(1 + \text{rad } \beta [-1; 1]) k_{0j}) \subseteq \mathbf{h}_i, \\ & \sum_{j=1}^n \text{mid } \mathbf{p}_{ij} k_{0j} + \text{mid } \mathbf{p}_{ij} \text{rad } \beta [-1; 1] k_{0j} + \text{rad } \mathbf{p}_{ij} [-1; 1] k_{0j} + \\ & + \text{rad } \mathbf{p}_{ij} [-1; 1] \text{rad } \beta [-1; 1] k_{0j} \subseteq \text{mid } \mathbf{h}_i + \text{rad } \mathbf{h}_i [-1; 1], \end{aligned}$$

$$\sum_{j=1}^n \text{mid } \mathbf{p}_{ij} k_{0j} + (\text{mid } \mathbf{p}_{ij} k_{0j} + \text{rad } \mathbf{p}_{ij} k_{0j}) \text{rad } \beta [-1; 1] + \\ + \text{rad } \mathbf{p}_{ij} [-1; 1] k_{0j} - \text{mid } \mathbf{h}_i \subseteq \text{rad } \mathbf{h}_i [-1; 1].$$

Учитывая, что $\text{mid } \mathbf{p}_{ij} k_{0j} - \text{mid } \mathbf{h}_i = 0$, получаем

$$\sum_{j=1}^n (\text{mid } \mathbf{p}_{ij} k_{0j} + \text{rad } \mathbf{p}_{ij} k_{0j}) \text{rad } \beta [-1; 1] + \sum_{j=1}^n \text{rad } \mathbf{p}_{ij} k_{0j} [-1; 1] \subseteq \text{rad } \mathbf{h}_i [-1; 1], \\ -\text{rad } \mathbf{h}_i \leq \sum_{j=1}^n (\text{mid } \mathbf{p}_{ij} k_{0j} + \text{rad } \mathbf{p}_{ij} k_{0j}) \text{rad } \beta [-1; 1] + \sum_{j=1}^n \text{rad } [\mathbf{p}_{ij}] k_{0j} [-1; 1] \leq \text{rad } \mathbf{h}_i,$$

или

$$\sum_{j=1}^n (\text{mid } \mathbf{p}_{ij} |k_{0j}| + \text{rad } \mathbf{p}_{ij}) |k_{0j}| \text{rad } \beta + \sum_{j=1}^n \text{rad } \mathbf{p}_{ij} |k_{0j}| \leq \text{rad } \mathbf{h}_i.$$

Отсюда следует искомое выражение для определения настраиваемого параметра

$$\beta = \min_{1 \leq i \leq n} \left\{ \frac{\text{rad } \mathbf{h}_i - \sum_{j=1}^n \text{rad } \mathbf{p}_{ij} |k_{0j}|}{\sum_{j=1}^n \text{mid } |\mathbf{p}_{ij} |k_{0j}| + \text{rad } \mathbf{p}_{ij} |k_{0j}|} \right\}.$$

3. Вычислительный алгоритм решения задачи параметрического синтеза с мультипликативным общим параметром. На основе полученных теоретических результатов разработан вычислительный алгоритм решения поставленной задачи параметрического синтеза:

Шаг 1. Ввод исходных данных $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{D}$.

Шаг 2. Получение характеристического полинома объекта управления.

Шаг 3. Получение необходимого характеристического полинома.

Шаг 4. Получение системы линейных интервальных алгебраических уравнений (7).

Шаг 5. Определение точечного вектора K_0 для номинальной системы.

Шаг 6. Определение общего настраиваемого параметра β .

Шаг 7. Определение интервального вектора настраиваемых параметров $\mathbf{P}$.

Шаг 8. Проверка выполнения включения (7).

Закключение. Таким образом, применение метода общего параметра на основе центрального подхода к решению задачи параметрического синтеза управления, в отличие от алгебраического [6], позволяет избежать значительных вычислительных трудностей, вызванных наличием математических особенностей интервального пространства при описании множеств решений интервальной системы линейных алгебраических уравнений, и свести поставленную задачу к алгоритму, включающему восемь шагов. В случае высокой размерности матриц объекта управления предложенный алгоритм легко реализовать в среде Matlab. Кроме того, развит метод общего параметра для решения задачи параметрического синтеза для алгоритма с аддитивной параметрической настройкой.

Список литературы

1. Ярушкина Н. Г. Основы теории нечетких и гибридных систем: Учеб. пособие. М.: Финансы и статистика, 2004. 320 с.
2. Алтунин А. Е. Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях: Моногр. / А. Е. Алтунин, М. В. Семухин. Тюмень: Тюмен. гос. ун-т, 2000. 352 с.
3. Шокин Ю. И. Интервальный анализ. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1981. 107 с.
4. Ашимов А. А. Идентификация методом общего параметра: Справ. по теории автомат. управления / А. А. Ашимов, Д. Ж. Сыздыков. М.: Наука, 1987. С. 263–271.
5. Воронов А. А. Введение в динамику сложных управляемых систем. М.: Наука, 1985. 351 с.
6. Юничева Н. Р. Построение и исследование динамических систем управления линейными интервально-заданными объектами на основе метода общего параметра. Алма-Ата: ТОО “Классика”, 2002. 100 с.
7. Шарый С. П. Линейные статические системы с интервальной неопределенностью: эффективные алгоритмы для решения задач управления и стабилизации // Вычисл. технологии. 1995. Т. 4. С. 331–356.
8. Лакеев А. В., Носков С. И. Описание множества решений линейного уравнения с интервально-заданным оператором и правой частью // Докл. АН. 1993. Т. 330, № 4. С. 430–433.
9. Шарый С. П. Алгебраический подход к анализу линейных статических систем с интервальной неопределенностью // Актуальные проблемы информатики, прикладной математики и механики. Красноярск: ВЦ СО РАН, 1995. С. 331–356.
10. Добронев Б. С. Двусторонние численные методы / Б. С. Добронев, В. В. Шайдуров. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1990. 112 с.

*Юничева Надия Рафкатовна — канд. техн. наук, ст. науч. сотр.
Института проблем информатики и управления
Министерства образования и науки Республики Казахстан;
тел.: (727)27-24-617; e-mail: naduni@mail.ru*

Дата поступления — 8.12.2009