МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЯЧЕЙКИ ОДНОРОДНОЙ СТРУКТУРЫ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ НЕПРЕРЫВНОГО ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

А. А. Хамухин

Институт кибернетики Национального исследовательского
Томского политехнического университета, 634034, Томск, Россия

УДК 519.673

Получена математическая модель ячейки однородной вычислительной структуры для параллельного синхронного вычисления непрерывного вейвлет-преобразования. Приведены функциональные схемы отдельной ячейки и однородной структуры в целом на основе известных функциональных блоков. Показана возможность реализации ячейки независимо от вида используемого вейвлета.

Ключевые слова: ячейка однородной вычислительной структуры, параллельные вычисления, непрерывное вейвлет-преобразование, математическая модель.

A mathematical model of the cell homogeneous computing structures for parallel computing simultaneous continuous wavelet transform. Shows the functional diagram of an individual cell and the entire uniform structure on the basis of known functional blocks. The possibility of an independent implementation of the cell types used wavelet.

Key words: cell of homogeneous computing structure, parallel computation, continuous wavelet transform, mathematical model.

Непрерывное вейвлет-преобразование (НВП) нестационарных периодических сигналов – мощный инструмент анализа, который можно применять в интеллектуальных информационно-телекоммуникационных системах. НВП используется в радиосвязи для распознавания радиосигналов [1], в геологии для поиска полезных ископаемых [2], в медицине при исследовании кардиограмм и энцефалограмм [3], на морских судах для гидроакустического выявления подводных объектов [4], на буровых установках для контроля ряда параметров процесса бурения скважин [5] и т. д.

Непрерывное вейвлет-преобразование является вычислительно-емкой задачей, но возможность его применения в различных областях стимулирует разработку быстродействующих алгоритмов и устройств со скоростью обработки данных, приближенной к режиму онлайн, что наиболее актуально для подвижных и труднодоступных объектов, где установка высокопроизводительных суперкомпьютеров невозможна.

Одним из решений указанной задачи является создание устройства с аппаратной реализацией алгоритма НВП, которая, как известно, по производительности всегда превосходит аналогичную микропрограммную реализацию. С использованием современных технологий уже создается элементная база для реализации такого подхода – базовые матричные кристаллы (БМК), известные за рубежом под названием application-specific integrated circuit (ASIC), и программируемые логические интегральные схемы (ПЛИС), известные под названием field-programmable gate array (FPGA). В качестве примера можно указать перепрограммируемый параллельный вычислитель для систем обработки изображения, распознавания образов и принятия решений, реализованный на базе ПЛИС фирмы Altera и предназначенный для работы в качестве аппаратного ускорителя основной ЭВМ с универсальным процессором [6]. В опубликованных материалах приведено доказательство существенного увеличения производительности вычислений для указанного класса задач (Отдел разработки высокопроизводительных систем. 2010. http://www.niisi.ru/ppv.htm).

Особенность алгоритма вычисления НВП заключается в том, что его можно распараллеливать не на 4 или 16 ядер, а на сотни и тысячи однотипных параллельно работающих вычислительных ячеек. Это позволяет существенно увеличить производительность. Поэтому для решения сформулированной задачи целесообразно использовать методологию однородных вычислительных структур (ОВС), разработанную Э. В. Евреиновым в 60-е гг. XX в. [6].

В последние годы интерес к реализации ОВС возрастает как в России [7], так и за рубежом [8]. В известных разработках в качестве базовой вычислительной ячейки используется микропроцессор, что позволяет легко перенастраивать ОВС на решение разных задач, но не приводит к такому увеличению производительности, которое можно ожидать при аппаратной реализации ячейки.

В то же время можно выделить достаточно широкий класс задач, затраты на аппаратную реализацию которых будут оправданны, если необходимое увеличение производительности будет достигнуто. Так, для решения дифференциальных уравнений в частных производных разработана схема вычислительной ячейки [9], показана возможность реконфигурирования ОВС, состоящей из таких ячеек [10], с помощью математического моделирования достигнуто увеличение производительности на порядок [11].

Целью данной работы является приведение математического описания непрерывного вейвлет-преобразования к системе уравнений, которые могут быть аппаратно реализованы с помощью известных функциональных блоков ячеек однородной структуры (интегратор, сумматор, масштабный интегратор и др.). За счет параллельной синхронной работы такая однородная структура сможет обеспечить высокое быстродействие НВП.

Следует отметить, что при вычислении с использованием цифровой техники непрерывное вейвлет-преобразование требует дискретизации и не является строго непрерывным, но этот термин сохраняется, чтобы отличать его от понятия дискретного вейвлет-преобразования, основанного на децимации сигнала в два раза после каждой пары фильтров высокой и низкой частоты [12]. Иногда для большей точности НВП называется дискретным вейвлет-преобразованием с произвольным шагом дискретизации [13].

Непрерывное вейвлет-преобразование произвольного входного сигнала $S(t)$ описывается уравнением

$$W(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} S(t)\Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt, \qquad (1)$$

где $W(a,b)$ – искомая функция; t – время; b – сдвиг по времени; a – масштаб по времени (обратно пропорциональный частоте сигнала); $\Psi\left((t-b)/a\right)$ – некоторая функция с определенными свойствами (вейвлет).

Для оцифрованного с равномерным шагом сигнала, имеющего конечные пределы по времени, интеграл в уравнении (1) аппроксимируется конечной суммой:

$$W(a_j,b_k)=\frac{1}{\sqrt{a_j}}\sum_{i=0}^{n}S(t_i)\cdot\Psi\left(\frac{t_i-b_k}{a_j}\right)\Delta t. \qquad (2)$$

Здесь i, j, k – индексы по времени t, масштабу a и сдвигу по времени b; n – количество шагов по времени; Δt – шаг по времени; $S(t_i)$ – оцифрованный входной сигнал $S(t)$ (данные).

Если начальный момент времени принять равным нулю, а сдвиг по времени равным шагу по времени (что соответствует наибольшей разрешающей способности НВП), то уравнение (2) можно записать в виде системы уравнений

$$\begin{aligned}
W(a_j,b_1)&=\frac{\Delta t}{\sqrt{a_j}}\left[S(0)\Psi\left(\frac{0}{a_j}\right)+S(\Delta t)\Psi\left(\frac{\Delta t}{a_j}\right)+S(2\Delta t)\Psi\left(\frac{2\Delta t}{a_j}\right)+\ldots+S(n\Delta t)\Psi\left(\frac{n\Delta t}{a_j}\right)\right],\\
W(a_j,b_2)&=\frac{\Delta t}{\sqrt{a_j}}\left[S(0)\Psi\left(\frac{\Delta t}{a_j}\right)+S(\Delta t)\Psi\left(\frac{2\Delta t}{a_j}\right)+S(2\Delta t)\Psi\left(\frac{3\Delta t}{a_j}\right)+\ldots\right],\\
W(a_j,b_3)&=\frac{\Delta t}{\sqrt{a_j}}\left[S(0)\Psi\left(\frac{2\Delta t}{a_j}\right)+S(\Delta t)\Psi\left(\frac{3\Delta t}{a_j}\right)+S(2\Delta t)\Psi\left(\frac{4\Delta t}{a_j}\right)+\ldots\right],\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots;\\
W(a_j,b_k)&=\frac{\Delta t}{\sqrt{a_j}}\left[S(0)\Psi\left(\frac{(k-1)\Delta t}{a_j}\right)+S(\Delta t)\Psi\left(\frac{k\Delta t}{a_j}\right)+S(2\Delta t)\Psi\left(\frac{(k+1)\Delta t}{a_j}\right)+\ldots\right],
\end{aligned} \qquad (3)$$

в которой количество уравнений равно количеству сдвигов по времени K, а максимальное количество слагаемых в одном уравнении равно количеству шагов по времени n. Очевидно, что все выражения, на которые должны умножаться данные $S(i\Delta t)$, могут быть вычислены заранее и занесены в виде коэффициентов для блока умножения создаваемой ячейки. Систему уравнений (3) можно записать в виде итерационной формулы по индексу i

$$W^{i+1}(a_j,b_k)=W^{i}(a_j,b_k)+S(i\Delta t)\left[\frac{\Delta t}{\sqrt{a_j}}\Psi\left(\frac{(i+k-1)\Delta t}{a_j}\right)\right] \qquad (4)$$

или

$$W^{i+1}(a_j,b_k)=W^{i}(a_j,b_k)+S(i\Delta t)\cdot P_{i,j,k}, \qquad (5)$$

где

$$P_{i,j,k}=\left[\frac{\Delta t}{\sqrt{a_j}}\Psi\left(\frac{(i+k-1)\Delta t}{a_j}\right)\right]. \qquad (6)$$

Для того чтобы получить полную математическую модель, необходимо записать столько уравнений вида (4), сколько требуется масштабов J в вычисляемом НВП. Коэффициенты (6) определяются только видом выбранного материнского вейвлета и не зависят от результатов те-

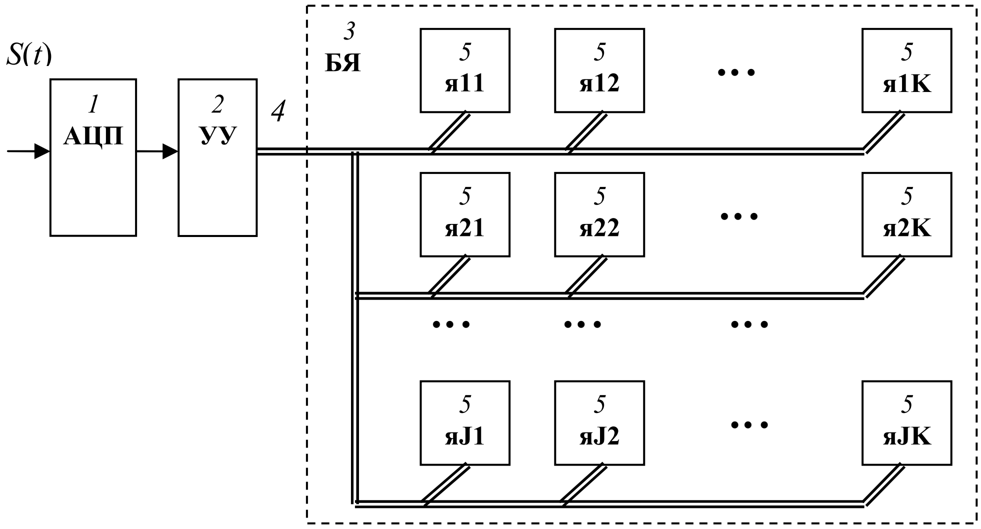

Рис. 1. Функциональная схема устройства для синхронного параллельного вычисления дискретизированного непрерывного вейвлет-преобразования:
1 – аналогово-цифровой преобразователь, *2* – устройство управления,
3 – блок ячеек, *4* – магистраль "общая шина", *5* – ячейка однородной структуры

кущих вычислений, поэтому могут быть заранее подготовлены и записаны в регистры ячейки. Каждое уравнение системы вида (3) с учетом заранее подготовленных коэффициентов вида (6) вычисляется независимо от других уравнений.

Таким образом, можно выделить одинаковые ячейки, каждая из которых реализует одно уравнение вида (5) и на вход которых синхронно подаются данные, подлежащие непрерывному вейвлет-преобразованию. Очевидно, что каждая ячейка позволяет вычислить одну точку двумерного массива дискретизированного вейвлет-преобразования, соответствующего точному преобразованию с погрешностью, зависящей от шага дискретизации Δt.

Объединяя далее такие ячейки в однородную вычислительную структуру (матрицу) размером $J \times K$, где J – максимальное количество масштабов по времени; K – максимальное количество сдвигов по времени, можно получить дискретизированное непрерывное вейвлет-преобразование данных в полном объеме.

На рис. 1 представлена функциональная схема устройства для реализации такой однородной вычислительной структуры, на рис. 2 – функциональная схема отдельной ячейки такой структуры.

Ячейка состоит из известных блоков: сдвиговых регистров памяти, интегратора, блока умножения и др. Функциональная схема ячейки оформлена в качестве заявки на изобретение (заявка в Роспатент № 2010127068 от 01.07.10).

Процесс решения состоит из двух циклов: цикла обмена данными ячеек однородной структуры (яJK) *5* с управляющим устройством (УУ) *2* и цикла итераций, в котором ячейки вычисляют значения искомой величины по уравнению вида (5).

В цикле обмена данными управляющее устройство через магистраль "общая шина" *4* передает каждой ячейке заранее рассчитанные внешним устройством коэффициенты уравнения $P_{i,j,k}$. В каждой ячейке блок адресации (БА) *6* сверяет адрес, указанный в магистрали, с собст-

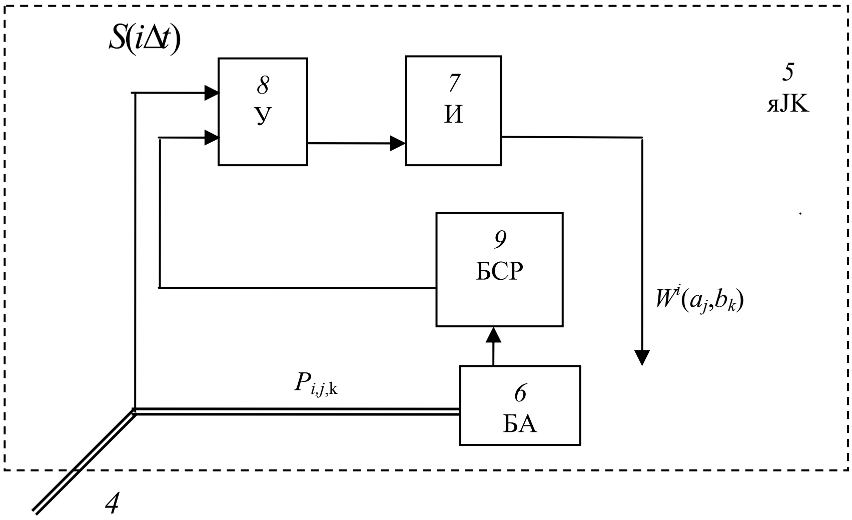

Рис. 2. Функциональная схема ячейки однородной структуры
для вычисления непрерывного вейвлет-преобразования:
6 – блок адресации, *7* – интегратор, *8* – устройство умножения, *9* – блок сдвиговых регистров

венным адресом и, в случае если эти адреса совпадают, записывает их в блок сдвиговых регистров (БСР) *9*.

В том же цикле обмена данными, если он не первый, из интегратора (И) *7* считывается накопленный за предыдущий цикл результат расчета $W_i(a_j, b_k)$.

В цикле итераций анализируемый сигнал $S(t)$ поступает на вход аналого-цифрового преобразователя (АЦП) *1*, с выхода которого дискретная выборка $S(i\Delta t)$ длиной n отсчетов поступает на вход управляющего устройства, с выхода которого синхронно передается на входы всех ячеек блока *3* через магистраль "общая шина" *4*.

Для управления такой структурой требуется устройство управления с универсальным микропроцессором, выполняющим следующие функции: вычисление коэффициентов (6), занесение их в регистры ячеек БСР, подача оцифрованного входного сигнала во все ячейки, считывание результатов вычисления из каждой ячейки.

Следует отметить, что разработанная математическая модель (3)–(6) позволяет распараллеливать процесс вычисления НВП не только аппаратно в виде ячейки ОВС, но и программно-аппаратно на ПЛИС (БМК), а также программно на многоядерных процессорах, матричных сопроцессорах и нейропроцессорах [14].

Проверка работоспособности математической модели (3)–(6) подробно описана в работе [15], в которой на примере матрицы ячеек размером 16×64 показано, что созданная математическая модель ячейки однородной вычислительной структуры для вычисления непрерывного вейвлет-преобразования функционирует правильно.

Проведенное исследование позволяет сделать следующие выводы. Важным инструментом интеллектуальных информационно-телекоммуникационных систем является непрерывное вейвлет-преобразование, которое в случае подвижных и труднодоступных объектов требует разработки быстродействующих алгоритмов и устройств, поскольку является вычислительно-емкой задачей.

Для реализации высокоскоростного непрерывного вейвлет-преобразования целесообразна разработка параллельных алгоритмов с синхронным выполнением операций, основанных на методологии однородных вычислительных структур.

Математическая модель ячейки однородной структуры для параллельного синхронного вычисления непрерывного вейвлет-преобразования реализуема на известных функциональных блоках, которые ранее использовались в ячейках для решения дифференциальных уравнений в частных производных.

Функциональное наполнение ячейки однородной структуры можно реализовать независимо от вида используемого вейвлета, который рассчитывается заранее для всего диапазона масштабов и сдвигов по времени и в виде коэффициентов хранится и используется в регистрах соответствующих ячеек.

Список литературы

1. Пат. 2356064 РФ. МПК G 01 S 7/00 (2006.01). Способ распознавания радиосигналов / С. В. Дворников, А. С. Дворников, С. Р. Желнин, И. Н. Оков, А. М. Сауков, А. М. Симонов, А. Ф. Яхеев. № 2007115510/09; Заявл. 24.04.07; Опубл. 20.05.09, Бюл. № 14. 16 с.

2. Пат. 2298094 РФ. МПК E 21 B 47/00 (2006.01) Способ обнаружения полезных ископаемых / А. В. Христофоров, Н. Н. Христофорова. № 2005121606/03; Заявл. 08.07.05; Опубл. 27.04.07, Бюл. № 12. 8 с.

3. Пат. 2332160 РФ. МПК A 61 B 5/04 (2006.01). Способ исследования электроэнцефалограммы человека и животных / Я. А. Туровский, С. А. Запрягаев, С. Д. Кургалин. № 2007102731/14;. Заявл. 24.01.07; Опубл. 24.08.08, Бюл. № 24. 6 с.

4. Пат. 2367970 РФ. МПК G 01 S 3/80 (2006.01). Устройство обнаружения узкополосных шумовых гидроакустических сигналов на основе вычисления интегрального вейвлет-спектра / В. А. Сапрыкин, В. В. Малый, Г. В. Шаталов. № 2007145474/28; Заявл. 28.11.07; Опубл. 20.09.09, Бюл. № 26. 27 с.

5. Пат. 2188939 РФ. МПК[7] E 21 B 44/06, E 21 B 45/00. Способ определения работоспособности породоразрушающего инструмента / В. У. Ямалиев, М. М. Хасанов, Р. Н. Якулов, Е. И. Ишемгужин, И. Р. Кузеев, Д. С. Солодовников. № 2001113974/03; Заявл. 25.05.01; Опубл. 10.09.02, Бюл. № 25. 6 с.

6. Евреинов Э. В. Однородные вычислительные системы, структуры и среды. М.: Радио и связь, 1981. 208 с.

7. Каляев И. А. Реконфигурируемые мультиконвейерные вычислительные структуры / И. А. Каляев, И. И. Левин, Е. А. Семерников, В. И. Шмойлов. Ростов н/Д: ЮНЦ РАН, 2008. 393 с. URL: http://parallel.ru/FPGA/papers/rmvs.pdf.

8. Giefers H., Platzner M. A many-core implementation based on the reconfigurable mesh model // IEEE Xplore digital library. 2010. http://ieeexplore.ieee.org/Xplore/defdeny.jsp?url=http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp%3Ftp%3D%26arnumber%3D4380623&denyReason=134&arnumber=4380623&productsMatched=null.

9. Пат. 2359322 РФ. МПК G 06 F 17/13 (2006.01), G 06 F 7/64 (2006.01). Ячейка однородной структуры для решения дифференциальных уравнений в частных производных / А. А. Хамухин, Ю. В. Бабушкин. № 2007141832/09; Заявл. 12.11.07; Опубл. 20.06.09, Бюл. № 17. 6 с.

10. Хамухин А. А. Реконфигурирование однородной вычислительной структуры с непрограммируемыми ячейками для решения дифференциальных уравнений в частных производных // Изв. Том. политехн. ун-та. 2010. Т. 316, № 5. С. 68–72.

11. Хамухин А. А. Ячеечная модель устройства для решения дифференциальных уравнений в частных производных // Изв. Том. политехн. ун-та. 2010. Т. 316, № 5. С. 62–67.

12. Яковлев А. Н. Введение в вейвлет-преобразования. Новосибирск: Новосиб. гос. техн. ун-т, 2003. 104 с.

13. Пат. 2246132 РФ. МПК[7] G 06 F 17/14. Способ и устройство быстрого вычисления дискретного вейвлет-преобразования сигнала с произвольным шагом дискретизации масштабных коэффициентов. / В. А. Сапрыкин, В. В. Малый, Р. В. Лопухин. № 2003100794/09; Заявл. 09.01.03; Опубл. 10.02.05, Бюл. № 4. 20 с.

14. Аксенов О. Ю., Борисов Ю. И. К разрядности вычислителя БПФ при его реализации на процессоре Л1879ВМ1 (NM6403) // Цифровая обработка сигналов. 2004. № 2. С. 40–43. URL: http://www.module.ru/files/papers-cos022004_2.pdf.

15. Хамухин А. А. Применение ячеек однородной структуры для вычисления непрерывного вейвлет-преобразования // Изв. Том. политехн. ун-та. 2010. Т. 317, № 5. С. 149–153.

Хамухин Александр Анатольевич – канд. техн. наук, доц. Института кибернетики Томского политехнического университета; тел. (382-2)42-04-05; e-mail: aaxtpu@tpu.ru

Дата поступления – 31.10.11