МОДЕЛИ РАССРЕДОТОЧЕННОГО РЫНКА НЕСОВЕРШЕННОЙ КОНКУРЕНЦИИ: ПРОБЛЕМЫ ИХ РАЗВИТИЯ, ПРИМЕНЕНИЕ В УПРАВЛЕНИИ РЕГИОНАЛЬНОЙ ЭКОНОМИКОЙ

А. Г. Коваленко, В. Р. Хачатуров*, М. Н. Калимолдаев**

Самарский государственный университет, 443011, Самара, Россия
* Вычислительный центр им. А. А. Дородницина РАН, 119333, Москва, Россия
** Институт проблем информатики и управления
Министерства образования и науки Республики Казахстан,
050010, Алма-Ата, Республика Казахстан

УДК 368:519.22

Введено понятие узловой задачи для математической модели рассредоточенного рынка, решение которой для рынка совершенной конкуренции соответствует узловой увязке теории гидравлических сетей. Если узловой задаче давать различные содержания, соответствующие взаимодействию субъектов узла, получаются различные виды структур локальных рынков. Так как рынок рассредоточенный, то в разных узлах могут быть разные структуры рынка. Последовательное решение узловых задач дает алгоритм поиска состояния равновесия всей модели рассредоточенного рынка несовершенной конкуренции.

Ключевые слова: рынки несовершенной конкуренции, модели рассредоточенного рынка, общее частное экономическое равновесие.

For mathematical model of the dispersed market the concept of an apex problem is entered. The decision of this problem for the market of a perfect competition corresponds to coordination of apex of the theory of hydraulic networks. If to a apex problem to give various maintenances which correspond to interaction of subjects of knot we will receive various kinds of structures of the local markets. The market is dispersed. In different apex there can be different structures of the market. The consecutive decision of apex problems gives algorithm of search of an equilibrium state of all model of the dispersed market of an imperfect competition.

Key words: a market of an imperfect competition, models of the dispersed market, general equilibrium, industry equilibrium.

Введение. Для рынков несовершенной конкуренции обычно строятся модели монополии, олигополии, монополистической конкуренции и т. д. Однако в экономике в "чистом виде" таких рыночных структур не существует. В том или ином виде они имеются в единой системе экономических взаимодействий субъектов экономики. Эти рыночные структуры, с одной стороны, существуют во взаимодействии, с другой — дифференцированы пространством, различием типов и особенностей продуктов, различием потребителей, временем и т. д. Устранить эти трудности позволяют модели рассредоточенных рынков.

В работе [1] рассмотрена модель однопродуктового рассредоточенного рынка, позволяющая учесть пространственно-ценовую дифференциацию рынка, но все участники этих рынков — чистые конкуренты, осуществляющие товарно-денежный обмен. В работе [2] рассмотрена модель многопродуктового рассредоточенного рынка, в которой проведено дифференцирование рынков по видам продуктов за счет того, что модели субъектов были рассмотрены в экстремальной постановке, когда возможен явный учет потребляемых ресурсов.

Переход в модели к экстремальным постановкам позволяет выполнить дифференцирование рынков по виду взаимодействия его субъектов. В результате получаем рассредоточенный рынок несовершенной конкуренции с различной рыночной властью его субъектов.

Для рассматриваемой модели предлагаются алгоритмы определения состояния равновесия и равновесных цен. Эти алгоритмы, представляющие интерес при решении задач региональной [3] и межрегиональной [4] экономики, основаны на поузловой увязке теории гидравлических сетей [5].

1. Основные понятия и определения, гидравлические потоки в сети. Графом будем называть тройку $G = \langle E, V, H \rangle$, где E, V — конечные множества; H — отображение $H{:}V \to E \times E$. Элементы множества E будем называть узлами графа, элементы множества V — дугами. Каждой дуге $v \in V$ отображение H ставит в соответствие упорядоченную пару узлов $(h_1(v), h_2(v))$ из множества $E, h_1(v)$ — начало дуги $v, h_2(v)$ — ее конец. Множество дуг, входящих в узел i, обозначим через $V^+(i)$, множество дуг, выходящих из нее, — $V^-(i)$.

1.1. *Гидравлические потоки.* Особенность потоков в гидравлических сетях (в отличие от потоков в транспортных задачах и задачах о максимальном потоке) заключается в том, что в явной форме указывается причина движения потока по дугам — разность напоров (давлений, потенциалов, цен) на концах дуги. Величина потока растет с увеличением разности напоров. В описании графа используются два вида объектов: объекты-узлы, объекты-дуги. Дугами описываются элементы, у которых имеются один вход и один выход. На вход поступает поток, имеющий некоторые объем и давление, на выходе этот поток может иметь другие объем и давление. Объекты-узлы — элементы сети, которые соответствуют точкам соединения объектов-дуг, а также зонам отбора или подачи потока в сеть.

Обозначим через P_i давление в узле i, через z_i — объем потока, который выходит (поступает) через узел за пределы рассматриваемой системы. Если $z_i > 0$, то узел является потребителем потока, если $z_i < 0$, — источником, если $z_i = 0$, — промежуточной точкой. Значения этих переменных определяют связь сети с внешними объектами через граничные условия, а также течение потока внутри сети. В общем виде движение потока по дуге определяется выражением

$$y_v = f_v(P_{h_1(v)}, P_{h_2(v)}), \quad v \in V, \tag{1}$$

т. е. поток по дуге есть функция давлений в начале и конце дуги. Поток движется от узла с большим давлением к узлу с меньшим давлением.

1.2. *Постановка задачи расчета потокораспределения в гидравлической сети.* Введем следующее обозначение:

$$\sum_{v\in V^+(i)} y_v - \sum_{v\in V^-(i)} y_v = z_i, \quad i \in E. \tag{2}$$

Разобьем множество E на подмножества E_1, E_2, E_3. Для узлов $i \in E_1$

$$\left.\begin{array}{l} z_i \text{ — свободная переменная,} \\ P_i = P_i^* \text{ — заданная переменная} \end{array}\right\} i \in E_1. \tag{3}$$

Для узлов $i \in E_2$

$$\left.\begin{array}{l} z_i = B_i^* \text{ — заданная переменная,} \\ P_i \text{ — свободная переменная} \end{array}\right\} i \in E_2. \tag{4}$$

В частности, если $B_i^* = 0$, то этот узел промежуточный.

Для узлов $i \in E_3$ переменная z_i связана с переменной P_i зависимостью

$$z_i = \psi_i(P_i), \quad i \in E_3. \tag{5}$$

Узлы, для которых объем потока функционально связан с ценой, будем называть узлами с подвижными граничными условиями.

Система уравнений (1)–(5) представляет собой задачу расчета потокораспределения в гидравлической сети [3]. Если в задаче множество $E_3 = \emptyset$ и множество E_1 одноэлементное, то эта задача называется задачей расчета потокораспределения с заданными отборами, в противном случае — задачей с незаданными отборами.

2. Однопродуктовый рассредоточенный рынок совершенной конкуренции как задача потокораспределения теории гидравлических сетей. Движение некоторого продукта в сети также можно считать гидравлическим. Для того чтобы задача (1)–(5) описывала рассредоточенный рынок, достаточно изменить интерпретацию ее элементов. Узлы $i \in E$ интерпретируем как пункты — локальные рынки купли-продажи некоторого однородного продукта, P_i — цена на этом рынке.

Дугам графа соответствуют торгово-транспортные коммуникации. Моделью торгово-транспортных коммуникаций является зависимость $y_v = f_v(P_{h_1(v)}, P_{h_2(v)})$ объема перевозки продукции y_v от цен $P_{h_1(v)}, P_{h_2(v)}$. Обычно эта зависимость записывается в виде $y_v = f_v(P_{h_2(v)} - P_{h_1(v)})$.

Субъектами рынков (узлами $i \in E$) являются:

— конечные потребители этого продукта (модель потребления $\xi_i(P_i)$);

— предприятия-производители (модель производства $\eta_i(P_i)$);

— агенты, осуществляющие экспортно-импортные операции за пределы моделируемой системы (модель — кривая экспортно-импортного сальдо $z_i(P_i)$);

— арбитражеры, которые покупают продукт в узлах с меньшей ценой и продают в узлах с большей ценой (модели $y_v = f_v(P_{h_1(v)}, P_i)$, $v \in V^+(i)$, $y_v = f_v(P_i, P_{h_2(v)})$, $v \in V^-(i)$).

Балансовые соотношения запишем в виде

$$\sum_{v \in V^+(i)} f_v(P_{h_1(v)}, P_i) - \sum_{v \in V^-(i)} f_v(P_i, P_{h_2(v)}) + \eta_i(P_i) - \xi_i(P_i) = z_i(P_i). \tag{6}$$

Выполнение этого соотношения означает, что система находится в состоянии равновесия, цены P_i называются равновесными.

Граничные условия имеют тот же вид, что и у ранее записанных:

$$\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} z_i \text{ — свободная переменная} \\ P_i = P_i^* \text{ — заданная переменная,} \end{array}\right\}, i \in E_1, \\ \\ \left.\begin{array}{l} z_i = B_i^* \text{ — заданная переменная,} \\ P_i \text{ — свободная переменная} \end{array}\right\}, i \in E_2. \end{array} \tag{7}$$

В узлах подмножества E_3 объем внешнеторгового сальдо z_i связан с ценой P_i зависимостью

$$z_i = z_i(P_i), \quad i \in E_3 \tag{8}$$

(узлы с подвижными ценами и отбором).

Соотношения (6)–(8) описывают модель однопродуктового рассредоточенного рынка совершенной конкуренции как задачу потокораспределения теории гидравлических сетей (ТГС). Теоретический анализ показал, что для поиска состояния равновесия решения задачи в этой подстановке можно использовать традиционные методы ТГС.

2.1. *Узловая задача локального рынка совершенной конкуренции.* Одним из методов решения задачи (6)–(8) является метод поузловой увязки, суть которого заключается в следующем. Запишем соотношение (6) в виде

$$\sum_{v \in V^+(i)} f_v(P_{h_1(v)}, P_i) - \sum_{v \in V^-(i)} f_v(P_i, P_{h_2(v)}) + \eta_i(P_i) - \xi_i(P_i) - z_i(P_i) = 0, \quad i \in E_2 \cup E_3.$$

Равенство нулю левой части соответствует состоянию равновесия в экономической системе; P_i — равновесные цены, $i \in E$. Если величины P_i в узлах $i \in E_2 \cup E_3$ задать произвольными, то величины

$$NB(P_i) = \sum_{v \in V^+(i)} f_v(P_{h_1(v)}, P_i) - \sum_{v \in V^-(i)} f_v(P_i, P_{h_2(v)}) + \eta_i(P_i) - \xi_i(P_i) - z_i(P_i),$$

вообще говоря, будут отличными от нуля. Если хотя бы в одном узле $NB(P_i) \neq 0$, $i \in E_2 \cup E_3$, то это означает, что рассредоточенный рынок находится в неравновесном состоянии.

Из экономической теории известно, что по принципу “невидимой руки рынка” каждый локальный рынок совершенной конкуренции сходится к состоянию равновесия, т. е. “невидимая рука рынка” реализует один из видов поузловой увязки теории гидравлических сетей.

2.2. *Задача производителя в экстремальной постановке.* Согласно результатам микроэкономического анализа функция предложения $\eta_i(P_i)$ может быть построена на основе параметрического анализа задачи производителя в экстремальной постановке по параметру P_i. Обычно задача производителя записывается в виде

$$\eta_i(P_i) = \arg\max_{\eta_i}(P_i\eta_i - I_i(\eta_i)),$$

где $I_i(\eta_i)$ — издержки производства в зависимости от его объема η_i. Выражение, стоящее под знаком максимума, есть прибыль π_i, получаемая производителем. Необходимым условием максимума является выражение $P_i = dI_i(\eta_i)/(d\eta_i)$. Если правую часть этого выражения обозначить $\psi_i(\eta_i)$, то можно записать $\eta_i = \psi_i^{-1}(P_i)$, где ψ_i^{-1} — обратная функция.

3. Однопродуктовый рассредоточенный рынок с узловыми монополиями. Монополистическая конкуренция. В рассмотренном выше случае все субъекты рынков являлись ценополучателями. На практике это предположение реализуется достаточно редко: субъекты рынка пытаются повлиять на цену и выпуск своей продукции. Предположим, что в узле i производитель реализует стратегию диктата цены на локальном рынке. Согласно экономической теории он задает цену P_i и объем своего выпуска η_i в соответствии с условием максимума своей прибыли. В результате получаем узловую задачу следующего вида: определить

$$(\bar{P}_i, \bar{\eta}_i) = \arg\max_{P_i, \eta_i} (P_i \eta_i - I_i(\eta_i))$$

при ограничениях

$$\eta_i = \xi_i(P_i) + z_i(P_i) - \sum_{v \in V^+(i)} f_v(P_{h_1(v)}, P_i) + \sum_{v \in V^-(i)} f_v(P_i, P_{h_2(v)}),$$

где $I_i(\eta_i)$ — издержки производства в зависимости от его объема η_i.

Если в сети более одного узла с монополистическим поведением производителя, то для сети в целом получаем рынок монополистической конкуренции.

4. Однопродуктовый рассредоточенный рынок с узловыми олигопольными взаимодействиями. Рассмотрим случай, когда в некотором узле i действуют более одного (для определенности будем считать, что два) предприятия и их взаимодействие характеризуется как олигопольное. Модель узла с двумя предприятиями имеет вид

$$(\bar{P}_i, \bar{\eta}_i^1) = \arg\max_{P_i, \eta_i^1} (P_i \eta_i^1 - I_i^1(\eta_i^1)),$$

$$(\bar{P}_i, \bar{\eta}_i^2) = \arg\max_{P_i, \eta_i^2} (P_i \eta_i^2 - I_i^2(\eta_i^2))$$

при ограничениях

$$\eta_i^1 + \eta_i^2 = \xi_i(P_i) + z_i(P_i) - \sum_{v \in V^+(i)} f_v(P_{h_1(v)}, P_i) + \sum_{v \in V^-(i)} f_v(P_i, P_{h_2(v)}),$$

где $I_i^j(\eta_i^j)$ $(j = 1, 2)$ — издержки предприятия j в зависимости от его объема выпуска η_i^j.

В зависимости от характера взаимодействий предприятий узловой задачей может быть задача поиска равновесия по Курно, Стэкельбергу, Бертрану, узловой сговор и прочие виды олигополий.

5. Поведение арбитражера в узлах сети. Арбитражеры (субъекты рынка, которые покупают продукцию в узле с меньшей ценой и продают в узле с большей ценой) также могут обладать рыночной властью и сознательно влиять на цену на рынке. Для них возможны три случая:

1) обладание рыночной властью как в узле — начале дуги, так и в узле — конце дуги;

2) обладание рыночной властью только в начальном узле, в конечном узле предприятие — совершенный конкурент;

3) обладание рыночной властью только в конечном узле, в начальном узле предприятие — совершенный конкурент.

В случае 1 модель функционирования арбитражера имеет вид

$$(\bar{P}_{h_1(v)}, \bar{P}_{h_2(v)}, \overline{y}_v) = \arg\max_{P_{h_1(v)}, P_{h_2(v)}, y_v} ((P_{h_2(v)} - P_{h_1(v)}) y_v - I_v(y_v)),$$

в случае 2 —

$$(\bar{P}_{h_1(v)}, \overline{y}_v) = \arg\max_{P_{h_1(v)}, y_v} ((P_{h_2(v)} - P_{h_1(v)}) y_v - I_v(y_v))$$

(переменная $P_{h_2(v)}$ — параметр экстремальной задачи), в случае 3 —

$$(\bar{P}_{h_2(v)}, \bar{y}_v) = \underset{P_{h_2(v)}, y_v}{\arg\max}((P_{h_2(v)} - P_{h_1(v)})y_v - I_v(y_v))$$

(переменная $P_{h_1(v)}$ — параметр этой задачи).

Узловая задача. Арбитражер также может быть участником олигополистического рынка. В этом случае к моделям участников рынка п. **4** необходимо добавить модель арбитражера (модели случаев 1 или 2 в п. **5** в зависимости от ориентации дуги, соответствующей арбитражеру), указав при этом его место в олигопольном взаимодействии.

6. Алгоритм поиска состояния равновесия рассредоточенного рынка несовершенной конкуренции. Исходными данными для работы алгоритма поиска состояния равновесия рассредоточенного рынка несовершенной конкуренции должен быть граф, определяющий структуру сети. По каждому узлу должна быть описана структура локального рынка с указанием роли каждого субъекта в этой структуре. Для каждого субъекта создается модель (в виде кривых спроса и предложения или в экстремальной постановке), которая соответствует его роли на локальном рынке.

Алгоритм заключается в последовательном решении узловых задач, до тех пор пока при двух последовательных итерациях решения этих задач не совпадут (с заранее заданной точностью).

Список литературы

1. Коваленко А. Г. О математическом моделировании рассредоточенного рынка // Экономика и мат. методы. 1999. Т. 35, № 3. С. 108–115.

2. Коваленко А. Г. Математические модели межотраслевого баланса в условиях рассредоточенного рынка // Экономика и мат. методы. 2001. Т. 37, № 2. С. 92–106.

3. Хачатуров В. Р. Математические методы регионального программирования. М.: Наука, 1989.

4. Гранберг А. Г., Рубинштейн А. Г. Межрегиональные межотраслевые модели оптимизации и взаимодействия в исследованиях долгосрочного развития экономики // Межрегиональные модели мировой экономики / Под ред. А. Г. Гранберга, С. М. Меньшикова. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1983. С. 47–119.

5. Меренков А. П. Теория гидравлических цепей / А. П. Меренков, В. Я. Хасилев. М.: Наука, 1985.

Коваленко Алексей Гаврилович — д-р физ.-мат. наук, проф. Самарского государственного университета; e-mail: alexey.gavrilovich.kovalenko@rambler.ru;
Хачатуров Владимир Рубенович — д-р физ.-мат. наук, зав. отделом Вычислительного центра им. А. А. Дородницина РАН; e-mail: kristal83@mail.ru;
Калимолдаев Максат Нурадилович — д-р физ.-мат. наук, директор Института проблем информатики и управления МОН РК; e-mail: mnk@ipic.kz

Дата поступления — 19.06.12